SAGGIO

DI

FISICO - MATEMATICA

Che il Signor

D. ODOARDO ZUGARO

DÀ

NEL R. COLLEGIO DI S. FRANCESCO IN AQUILA

DIRETTO

DAI PP. DELLA COMPAGNIA DI GESÙ

A dì Agosto 1840.

NAPOLI,

DALLA STAMPERIA E CARTIERE DEL FIBRENO

Strada Trinità Maggiore N.° 26.

1840.

FISICO - MATEMATICA

CAPO UNICO

PRINCIPÌ DI STATICA.

§. I.

Composizione delle forze costanti, che concorrono ad angolo in un punto, e che sono tra loro parallele.

1. L' intensità della risultante R di due forze costanti P, Q, le quali concorrono in un punto ad un angolo qualunque (PQ), è data dall' equazione

$$R=\sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos(PQ)}:$$

ed esprimendo con (PR), (QR) gli angoli di essa risultante con le componenti, se ne conoscerà la direzione dalle altre due

$$\text{sen}(PR)=\frac{Q\ \text{sen}(PQ)}{R},\quad \text{sen}(QR)=\frac{P\ \text{sen}(PQ)}{R}.$$

2. Concorrano nello stesso punto tre forze costanti ed ortogonie, se addimandinsi la risultante S, ed i suoi angoli (SX), (SY), (SZ) con quelle tre componenti

che chiameremo X, Y, Z; avranno luogo le equazioni

$$S=\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}$$

$$\cos(SX)=\frac{X}{S}=\frac{X}{\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}},\ \cos(SY)=\frac{Y}{S}=\frac{Y}{\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}},$$

$$\cos(SZ)=\frac{Z}{S}=\frac{Z}{\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}}.$$

3. Costituiscansi nello spazio tre assi ortogonali, ai quali si riferisca la direzione della risultante e delle componenti. Se dati gli angoli $(S'X)$, $(S'Y)$, $(S'Z)$; $(S''X)$, $(S''Y)$, $(S''Z)$; $(S'''X)$, $(S'''Y)$, $(S'''Z)$;... delle forze S', S'', S''', ... con quei tre assi, cerchisi la comun risultante S una coi tre angoli (SX), (SY), (SZ) che essa fa coi tre assi, sciorranno il problema le formole

$$X=S'\cos(S'X)+S''\cos(S''X)+S'''\cos(S'''X)+\ldots$$
$$Y=S'\cos(S'Y)+S''\cos(S''Y)+S'''\cos(S'''Y)+\ldots$$
$$Z=S'\cos(S'Z)+S''\cos(S''Z)+S'''\cos(S'''Z)+\ldots$$

$$S=\sqrt{X^2+Y^2+Z^2},\ \cos(SX)=\frac{X}{S},$$
$$\cos(SY)=\frac{Y}{S},\ \cos(SZ)=\frac{Z}{S}.$$

4 La risultante di due forze parallele applicate agli estremi di una verga inflessibile, è parallela alle due forze, ed è eguale alla somma, o alla differenza, secondo che esse traggono dalla stessa parte, o a parti opposte. Nel primo caso il punto di applicazione della risultante è situato su la verga: nel secondo sul prolungamento di questa dalla parte della forza maggiore.

Nondimeno le sue distanze dai punti di applicazione delle due componenti sono sì nell' una, come nell' altra ipotesi sempre reciprocamente proporzionali alle medesime componenti.

5. Se ad un sistema invariabile di punti A, B, C, D, ..., sieno applicate le forze parallele P, Q, R, S, ..., la comune risultante Σ sarà ad esse forze parallela, e l' intensità ne sarà data dall' equazione

$$\Sigma = P + Q + R + S + \ldots$$

Date inoltre le coordinate ortogonie x, y, z; x', y', z'; x'', y'', z''; ..... dei punti A, B, C, ...; le altre X, Y, Z, che appartengono al punto, per cui passa la risultante Σ si raccoglieranno dalle equazioni

$$X = \frac{\Sigma.Px}{\Sigma.P},\ Y = \frac{\Sigma.Py}{\Sigma.P},\ Z = \frac{\Sigma.Pz}{\Sigma.P}.$$

nelle quali

$$\Sigma.Px = Px + Qx' + Rx'' + \ldots\ldots,$$
$$\Sigma.Py = Py + Qy' + Ry'' + \ldots,$$
$$\Sigma.Pz = Pz + Qz' + Rz'' + \ldots,$$
$$\Sigma.P = P + Q + R + \ldots$$

§. II.

Momenti di Rotazione.

1. Il momento di rotazione della risultante di due forze costituite ad angolo è eguale alla somma, o alla differenza dei momenti delle componenti, secondo che

il centro dei momenti giace fuori, o dentro l' angolo delle componenti.

2. Sia Σ la risultante di molte forze $P, Q, R, \ldots$ le quali giacendo nel medesimo piano concorrano ad angolo in un punto. Se si esprimano con Pp, Qq, $Rr, \ldots$ $\Sigma\sigma$ i momenti di rotazione intorno ad un centro preso nel piano delle forze, si avrà sempre

$$\Sigma\sigma = Pp + Qq + Rr + \ldots\ldots$$

3. Il momento di rotazione della risultante di due forze parallele è eguale alla somma o alla differenza dei momenti delle componenti secondo che il centro dei momenti trovasi fuori o dentro delle loro direzioni.

§. III.

Condizioni di equilibrio per un punto.

1. Se il punto è libero, si avrà l' equilibrio, quando risolute tutte le forze da cui è spinto in tre X, Y, Z ortogonali, si ottengano le equazioni

$$X = 0, \; Y = 0, \; Z = 0.$$

2. Se il punto è fermato in qualche fulcro, s' avrà sempre l'equilibrio qualunque sia il numero delle forze motrici. Sarà nondimeno il fulcro premuto con tutta l' intensità della risultante di quelle forze.

3. Se il punto è sospeso al fulcro per mezzo di una verga inflessibile, è necessario per l' equilibrio, che la risultante passi pel fulcro. Che se la verga è flessibile,

fa mestieri oltreacciò che la risultante non ispinga il punto contro del fulcro. Intanto secondo che maggiore o minore sarà l' intensità della risultante, maggiore altresì o minore sarà la forza che preme o distende la verga, e la pressione che soffre il fulcro.

4. Finalmente se il punto è appoggiato sopra una superficie resistente, e la risultante oltre ad essere perpendicolare alla superficie medesima, spinge contro di essa il punto, si otterrà senz' altro l'equilibrio.

§. IV.

Condizioni di equilibrio per un sistema invariabile.

1. Perchè un sistema di tal natura stia in equilibrio conviene che non abbia moto alcuno nè progressivo, nè rotatorio. Vien soddisfatta la prima condizione, se risoluta ciascuna delle forze S, S', S'', ... in tre ortogonali P, Q, R; P', Q', R'; P'', Q'', R'',... svaniscano le tre risultanti $\Sigma.P$, $\Sigma.Q$, $\Sigma.R$; e vien adempiuta la seconda, se svaniscano anch' essi i momenti di rotazione intorno ai tre assi ortogonali.

§. V.

Condizioni di equilibrio per un sistema variabile.

1. Abbiasi un poligono funicolare semiaperto e fisso in ambedue i capi, il quale venga stirato dalle forze P, Q, R, S, ... applicate ai suoi vertici. Se chiaminsi α, α'; β, β'; γ, γ'; δ', δ',... gli angoli di queste forze coi lati del poligono; ad ottener l' equili-

brio convien che sia

$$\frac{P\ \text{sen}\alpha}{\text{sen}(\alpha+\alpha')}=\frac{Q\ \text{sen}\beta'}{\text{sen}(\beta+\beta')}\ ;\ \frac{Q\ \text{sen}\beta}{\text{sen}(\beta+\beta')}=\frac{R\ \text{sen}\gamma'}{\text{sen}(\gamma+\gamma')}\ ;\ldots$$

2. Se ciascuna delle forze P, Q, R, S, ... seghi in due parti eguali l'angolo del poligono, al cui vertice è applicata; sarà tutto il poligono egualmente stirato e la tensione sarà espressa per una delle forze P, Q, R, S, ... divisa pel doppio coseno dell'angolo di questa forza colla fune, a cui è applicata.

3. Sia il poligono chiuso e regolare: e suppongansi le forze dividerne gli angoli in parti uguali: dovranno queste forze essere necessariamente eguali.

4. Che se le forze sono parallele, allora ad aver l'equilibrio fa mestieri che si abbia

$$\frac{P}{\cot\alpha+\cot\alpha'}=\frac{Q}{\cot\beta+\cot\beta'}=\frac{R}{\cot\gamma+\cot\gamma'}=\ldots$$

A. M. D. G.